TDs d'analyse dimensionnelle.

Olivier LOUISNARD

20 septembre 2012

Préliminaire : les vecteurs sont notés avec des caractères en gras plutôt que des flèches.

1 Equation aux dimensions

Exercice 1.1 : Mécanique des fluides

1. Ecrire la dimension d'une force
2. Ecrire la dimension d'une énergie
3. Ecrire la dimension d'une pression (force par unité de surface)
4. Montrer qu'une pression est une énergie volumique. Connaissez-vous une formule traduisant ce résultat ?
5. Ecrire la dimension de l'expression $\rho v^2/2$ où ρ est une masse volumique et v la vitesse d'un fluide. Comparer à la dimension une pression.
6. Ecrire la dimension de $\rho g z$. Qu'en concluez vous ?
7. Connaissez-vous une formule physique illustrant les deux questions précédentes ?
8. Vérifier l'homogénéité de l'équation $v = \sqrt{2gh}$, où h est une hauteur. Qu'exprime à votre avis le résultat ?
9. On considère un fluide dans un canal horizontal de hauteur h, limitée en bas par un fond fixe et en haut par une plaque mobile. On donne à la plaque mobile un mouvement uniforme à ma vitesse V_0, qui entraîne le mouvement du fluide dans le canal.

   On constate, en réalisant plusieurs expériences dans des géométries différentes et avec divers fluides, que la force que l'on doit exercer sur la plaque est proportionnelle à $V_0 S/h$ où S est la surface mouillée par le fluide, et que le facteur de proportionnalité ne dépend que du fluide. Trouver sa dimension de ce coefficient η en fonction de celle d'une pression, puis en fonction des grandeurs de base. Donner son unité S.I. en fonction de celle d'une pression.

   Cette propriété du fluide est appelée **viscosité dynamique**.

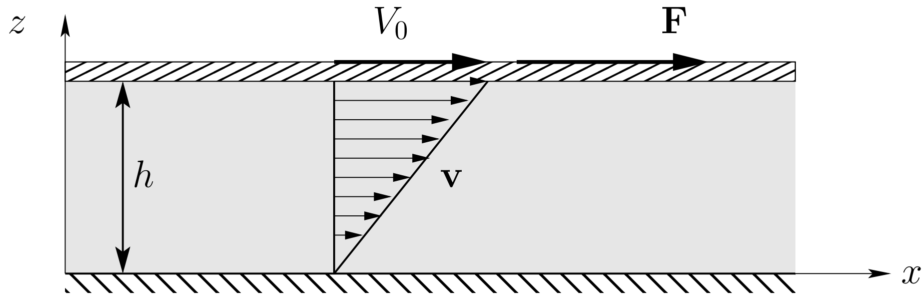


FIGURE 1 – Expérience de Couette : la plaque supérieure déplacée à vitesse constant V_0 entraîne le fluide à cause des frottements visqueux. Le profil de vitesse est linéaire en régime permanent.

10. On considère un l'écoulement à la vitesse V_0 d'un fluide de masse volumique ρ, de viscosité dynamique η, autour d'un obstacle dont la dimension dans la direction de l'écoulement est de l'ordre de D.

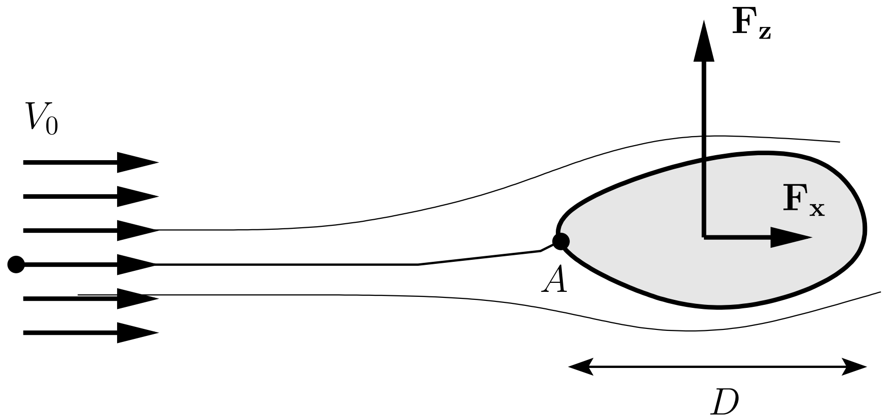


FIGURE 2 – Écoulement autour d'un obstacle. L'obstacle subit une force de traînée $\mathbf{F_x}$ et une force de portance $\mathbf{F_z}$.

Essayez de construire un nombre sans dimension à partir de ces grandeurs.

11. On note S une surface caractéristique de l'objet (par exemple la surface frontale dans le cas d'une voiture). Quel est l'ordre de grandeur de la force exercée sur l'obstacle ? On pourra utiliser les questions précédentes. En déduire un nombre sans dimension représentant la force exercée sur l'obstacle.

Exercice 1.2 : Thermodynamique

1. Trouver la dimension de l'entropie, en exploitant une formule où celle-ci intervient (au choix). On commencera par l'exprimer en fonction de celle d'une énergie.
2. Quelle est la dimension de la constante des gaz parfaits ? (d'abord en fonction de l'énergie, puis des variables de base)
3. Même question pour les capacités calorifiques **massiques**

4. (*Cette question n'est pas de l'analyse dimensionnelle, mais est utile pour la suivante...)* Exprimer la loi des gaz parfaits en faisant intervenir la masse volumique. De même pour la relation traduisant une transformation adiabatique réversible.
5. On définit la compressibilité d'un fluide de masse volumique ρ par $\kappa = \frac{1}{\rho}(\frac{\partial \rho}{\partial p})$. La dérivée est calculée à T constante pour des transformations isothermes (on note alors κ_T), ou bien à entropie S constante, pour des transformations adiabatiques réversibles (on note κ_S). Quelle est la dimension de cette grandeur ? Calculez κ_S dans le cas d'un gaz parfait.
6. Quelle est la dimension de $\frac{\partial p}{\partial \rho}$? Quelle grandeur peut-on donc construire à partir de cette dernière ? Que représente-t'elle à votre avis ? Exprimez-la en fonction de κ.

   Pour un gaz parfait subissant des transformations adiabatiques réversibles, donnez son expression en fonction de la température T , et calculez sa valeur pour de l'air à température ambiante (20°).
7. la loi d'Antoine donne la pression de vapeur d'un corps pur par :

$$\log_{10} p_S(T) = A + \frac{C}{T - T_0},$$

   où A et C sont des données. Peut-on donner les dimensions de ces dernières ? Cette équation vous paraît-elle correcte ? Comment pourriez-vous la reformuler ?

Exercice 1.3 : Phénomènes de transfert

1. Soit G une grandeur extensive. Selon les cas, on parle de "flux" ou de "débit" de la grandeur G pour désigner la même chose. A votre avis, quelle est sa dimension, en fonction de $[G]$? La notation $\dot{G}$ pour un débit de G est-elle justifiée ? Donnez des exemples, pour différents G.
2. On montre en mécanique des fluides que dans un réseau hydraulique, on peut écrire, entre 2 sections e et s de l'écoulement :

$$\dot{m}\left(\frac{p_s}{\rho_s} + gz_s + \frac{v_s^2}{2}\right) - \dot{m}\left(\frac{p_e}{\rho_e} + gz_e + \frac{v_e^2}{2}\right) = \dot{W}_u - \Phi_v$$

   Montrez que les termes du premier membre sont homogènes et donnez la dimension de $\dot{W}_u$ et Φ_v.
3. Le flux de G à travers une surface S donnée est défini de façon générale par l'intégrale :

$$\dot{G} = \iint_S \mathbf{\Phi}.\mathbf{n}\, dS, \qquad (1)$$

   où $\mathbf{n}$ est une vecteur unitaire perpendiculaire à S, et où le vecteur $\mathbf{\Phi}$ est appelé *densité de flux* . Trouver la dimension de ce dernier en fonction de $[G]$.

4. Calculer la dimension d'une densité de flux d'énergie en fonction de celle d'une puissance, puis en fonction des grandeurs de base ? Donnez son unité S.I.

   Donnez un sens à l'équation (1) en raisonnant sur une plaque solaire. Connaissez-vous un ordre de grandeur de la densité de flux d'énergie du soleil ?

Exercice 1.4 : Transfert thermique

1. La chaleur diffuse des fortes températures vers les faibles (par exemple dans un solide). La loi de Fourier donne la densité de flux d'énergie thermique en fonction du gradient de température par :

$$\mathbf{\Phi}_T = -\lambda\, \mathbf{grad}\, T$$

   Quelle est la dimension de λ, d'abord en fonction de celle d'une puissance. Donnez son unité S.I. en faisant intervenir des Watt.

2. On appelle *diffusivité thermique* la grandeur :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p},$$

   où c_p est la capacité calorifique *massique* à pression constante. Déterminer la dimension de α.

   Un mur d'épaisseur e sépare l'extérieur de l'intérieur d'une maison. On suppose initialement que l'intérieur et l'extérieur sont à 20°. La température extérieure chute brutalement à 10° à la tombée de la nuit. Au bout de quel temps τ la température dans la maison (supposée non chauffée) sera en équilibre avec l'extérieur ? Application numérique : mur en béton ($\lambda = 0.92$ W/m/K, $\rho = 2500$ kg/m^3, $c_p = 880$ J/kg/K) de 20 cm d'épaisseur. Calculer α et τ.

3. Un corps de température en surface T_{surf} est plongé dans de l'air à une température T_∞. On modélise le transfert thermique entre la surface du corps et l'air en écrivant la densité de flux sous la forme :

$$\mathbf{\Phi}_T.\mathbf{n} = h(T_{\text{surf}} - T_\infty)$$

   où $\mathbf{n}$ est le vecteur normal sortant au corps, et h est appelé coefficient d'échange, dépendant de la vitesse de l'air balayant la surface.

   Quelle est la dimension de h en fonction de celle d'une puissance ? Donnez son unité S.I. Si D est la taille du corps, et λ sa conductivité thermique, quelle est la dimension de l'expression hD/λ Que vaut-elle pour une petit corps très conducteur ?

Exercice 1.5 : Transfert de matière

Exercice 1.6 : Electricité (DS IFI 2012)

Dans tout cet exercice, on utilisera le système de dimensions (E, L, T, Q) à la place du système de dimensions (M, L, T, I), où E désigne la dimension énergie, et Q

la dimension charge. Ainsi, par exemple, la dimension d'une énergie cinétique ne s'écrira plus ML^2T^{-2}, mais E. Toutes les dimensions demandées ci-dessous doivent s'exprimer, au plus, au moyen de (E, L, T, Q). Tout autre résultat est considéré comme faux.

1. Exprimer une relation entre la dimension $[F]$ d'une force et celle $[E]$ d'une énergie.
2. On rappelle que la force exercée sur une charge q dans un champ de potentiel V s'écrit $\mathbf{F} = -q\,\mathbf{grad}\,V$, où $\mathbf{grad}\,V = \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right)$. En déduire la dimension du potentiel électrique V.
3. On rappelle que la charge q d'un condensateur s'écrit, en fonction de la différence de potentiel V à ses bornes : $q = CV$. En déduire la dimension de la capacité C.
4. On rappelle que la différence de potentiel aux bornes d'une inductance s'écrit $V(t) = L\frac{dI}{dt}$, où $I(t)$ est l'intensité traversant la bobine. En déduire la dimension de l'inductance L.
5. D'après la loi d'Ohm, exprimez la dimension d'une résistance R.
6. Vérifiez que la formule $T = 2\pi\sqrt{LC}$, donnant la période d'oscillation d'un circuit LC, est compatible avec vos résultats.
7. Vérifiez que la formule $\tau = RC$, donnant le temps de relaxation d'un circuit RC, est compatible avec vos résultats.

Exercice 1.7 : Tension superficielle

La tension superficielle σ est l'énergie nécessaire pour accroître d'une unité l'aire d'une interface entre deux phases.

1. Donner la dimension de σ, en fonction de celle d'une énergie, puis de celle d'une force, et enfin en fonction des grandeurs de base.
2. On constate qu'une goutte immobile s'écrase sous son propre poids. Est-ce identique pour toutes les gouttes ? Identifiez les grandeurs physiques dont dépend le phénomène et fabriquez un nombre sans dimension mesurant l'écrasement de la goutte.

Exercice 1.8 : Mécanique quantique

1. La dualité onde-corpuscule spécifie que l'énergie E d'une particule est associée à la fréquence ν d'une l'onde correspondante par $E = h\nu$. Trouver la dimension de la constante de Planck h. Sa valeur en unités S.I. est 6.623×10^{-34}.
2. Quelle relation faisant intervenir h peut-on donc envisager entre la quantité de mouvement p de la particule et la longueur d'onde λ de l'onde associée ?
3. Une particule de masse m est enfermée dans une "boite" de longueur L (par exemple une molécule ou un atome dans un récipient). La physique quantique

prédit que ses niveaux d'énergie sont quantifiés. Par un simple raisonnement dimensionnel utilisant h, quel est, à une constante près, la valeur du quantum d'énergie δE ? Quel doit être l'ordre de grandeur de L pour que le quantum d'un atome soit du même ordre de grandeur que l'énergie thermique d'agitation à température ambiante (on rappelle que la constante de Bolzmann vaut 1.38×10^{-23} J/K . Qu'en concluez-vous ?

4. On considère un solide de masse volumique ρ, et de module d'Young Y (homogène à une pression) consitué d'atomes de masse m. On cherche à estimer la fréquence ν de vibration des atomes dans le réseau cristallin. Trouvez un ordre de grandeur de cette fréquence par une analyse dimensionnelle. Donnez également un ordre de grandeur de la distance interatomique d, et reformulez l'expression de la fréquence de vibration en fonction de Y, m et d. Interprétez le résultat (on rappelle que Y mesure la raideur du matériau).
5. Les atomes du solide vibrent sous l'effet de l'agitation thermique. En comparant le quantum d'énergie associé à la vibration précédente, à l'énergie d'agitation thermique, calculez la température en dessous de laquelle les effets quantiques ne sont vraisemblablement plus négligeables. Estimez-la pour le cuivre ($\rho = 8960$ kg.m^{-3}, $Y = 124$ Gpa, $M = 63$ g.mol^{-1}), puis pour le carbone diamant ($\rho = 3517$ kg.m^{-3}, $Y = 1000$ Gpa, $M = 12$ g.mol^{-1}). Quelle est la conclusion pour ces deux corps à température ambiante ?
6. On peut montrer par un raisonnement simple de physique statistique que la capacité calorifique molaire c_v d'un solide est toujours de l'ordre de $3R$ (loi de Dulong et Petit) *si les vibrations de ses atomes suivent les lois de la mécanique classique*. On mesure $c_v = 23.8$ J/mol/K pour le cuivre et $c_v = 6.1$ J/mol/K pour le carbone diamant. Commentez ce résultat à la lumière de la question précédente. Quel nombre adimensionnel calculerez-vous pour savoir si $c_v = 3R$ est applicable à un solide donné à une température donnée ?

2 Applications du théorème Π

Exercice 2.1 : Période d'oscillation d'un pendule

1. Un pendule de longueur L oscille sous l'influence de la gravité, sans frottement sur l'air. Utilisez le théorème Π pour trouver un ordre de grandeur de la période du pendule. Vérifiez le résultat avec la solution exacte pour des petites oscillations.
2. Réfléchir au problème en présence de frottement.

Exercice 2.2 : Période d'oscillation d'une bouée

Une bouée de hauteur h et de masse volumique ρ_S oscille verticalement dans une fluide de densité ρ. Utiliser le théorème Π pour trouver la période de ses oscillations.

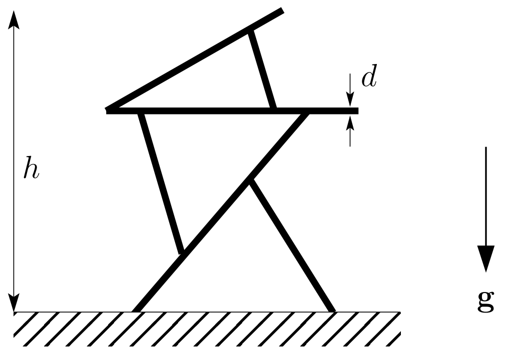
Exercice 2.3 : Force d'un écoulement sur un obstacle. Souffleries

On cherche à exprimer la force exercée par un écoulement de fluide sur un corps (par exemple la trainée ou la portance d'un avion, la trainée sur une voiture ou un cycliste).

1. Utilisez votre intuition pour trouver de quelles grandeurs physiques dépend cette force.
2. Utilisez le théorème Π pour exprimer la force adimensionnelle en fonction de nombres adimensionnels. Retravaillez le résultat obtenu pour faire apparaître le nombre de Reynolds et le coefficient de trainée.

Exercice 2.4 : Système mécanique statique. Application aux araignées géantes (DS IFI 2014)

Un système mécanique de taille globale h et constitué d'un assemblage de poutres de diamètre d est posé sur le sol. L'élasticité du matériau constitutif des poutres est caractérisé par son module d'Young E, homogène à une pression, et sa masse volumique ρ.



On note σ la contrainte (homogène à une pression) moyenne à laquelle sont soumises les poutres de l'assemblage lorsque ce dernier se déforme sous son propre poids.

1. Résumer les variables pertinentes (il y en a 6), écrire leurs dimensions, et calculer le nombre de groupes adimensionnels que l'on peut former.
2. Utilisez le théorème de Π-Buckingham pour exprimer sous forme adimensionnelle la contrainte σ en fonction des autres paramètres. On prendra forcément E dans les variables de base.
3. On souhaite réaliser le même assemblage à une échelle différente (une maquette par exemple), avec le même aspect (c'est-à-dire le même rapport d/h). Pour des questions de résistance à la rupture, on veut que le matériau soit contraint dans les mêmes conditions, c'est-à-dire avec le même rapport σ/E dans les deux configurations.

   Est-ce réalisable avec le même matériau ? On utilisera le résultat de la question précédente, et on argumentera correctement la réponse.

4. Application : les araignées géantes ont-elles une existence possible ?

Exercice 2.5 : La marche des dinosaures (d'après DS IFI 2013)

On pressent que la vitesse de marche V d'un animal dépend de la longueur de ses jambes L_J, de la longueur d'une enjambée L_E et de la pesanteur g (dans la mesure ou un tel mouvement implique un aussi un mouvement vertical).

1. Utiliser le théorème de Π-Buckingham et trouver une relation entre groupes adimensionnels, de telle sorte que la vitesse V n'intervienne que dans un seul groupe, et l'enjambée L_E dans un seul autre groupe.
2. On trouve des traces de pas fossiles d'un dinosaure. Le diamètre du pied mesuré est de l'ordre de 0.95 m et l'enjambée L_E de l'ordre de 2.20 m. On sait par ailleurs que pour tous les animaux, la longueur des jambes L_J est environ 4 fois la longueur ou diamètre des pieds.
   Calculer la longueur L_E/L_J pour ce dinosaure.
3. Sachant que la longueur de la jambe d'un homme est d'environ $L_J = 85$ cm, quelle est la valeur d'une enjambée humaine donnant le même rapport L_J/L_E que celui du dinosaure ?
   Donnez une estimation raisonnable de la vitesse à laquelle marcherait un homme avec une telle enjambée.
4. En déduire une valeur approximative de la vitesse du dinosaure, en expliquant bien la démarche suivie.

Exercice 2.6 : Déformation d'une bulle

Une bulle ayant un mouvement à la vitesse relative v par rapport au fluide environnant, ou bien reste sphérique, ou bien se déforme en aplatissant sa face supérieure. Le passage d'un régime à l'autre s'effectue pour des valeurs seuils de certains nombres adimensionnels.

1. Pouvez-vous imaginer quelles variables physiques influent sur cette transition ?
2. Utilisez le théorème Π pour trouver les groupes adimensionnels influents sur la transition.

Exercice 2.7 : Electricité (DS IFI 2012)

On considère un réseau comportant 2 condensateurs de capacités C_1, C_2, deux résistances R_1, R_2, et une inductance L. A l'entrée de ce réseau on applique une tension sinusoïdale de valeur efficace V_e. On cherche la valeur efficace de la tension de sortie V_s en fonction de celle d'entrée V_e.

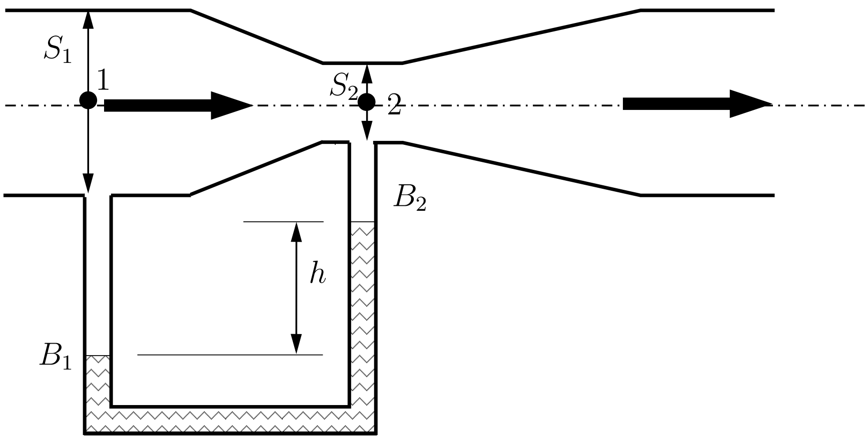
1. Montrez qu'il y a 7 variables pertinentes.
2. Donnez leurs dimensions et déduisez-en le nombre de groupes adimensionnels que l'on peut former.

3. Calculez tous ces nombres adimensionnels à l'aide du théorème de Π-Buckingham.
4. Déduisez-en une relation, exprimée sous forme adimensionnelle, entre la valeur efficace de la tension de sortie et de celle de la tension d'entrée.
5. Deux ingénieurs discutent du circuit précédent. Le premier préconise le choix de valeurs : $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 5$ kΩ, $C_1 = 40$ nF, $C_2 = 100$ nF, $L = 10$ mH. Le second prétend qu'avec $R_1 = 4$ kΩ, $R_2 = 20$ kΩ, $C_1 = 10$ nF, $C_2 = 25$ nF, $L = 40$ mH, le gain V_s/V_e sera bien plus élevé. Ils vous demandent votre avis, pouvez-vous les départager ?

Exercice 2.8 : Venturi (DS IFI 2012)

On considère le système suivant, appelé Venturi, composé d'un rétrécissement suivi d'un élargissement. Les points 1 et 2 sont branchés sur un tube en U contenant du mercure, de masse volumique ρ_M. Un fluide de masse volumique ρ traverse le venturi avec un débit volumique Q mesuré en litres par seconde. Lorsque le système est en mouvement, on constate que le mercure monte du coté de l'étranglement, d'autant plus que le débit Q est important.

On note h la différence de niveau entre les deux branches du tube, S_1 la section d'entrée et S_2 la section au niveau de l'étranglement. On constate de plus que la hauteur h est indépendante de la viscosité du fluide, tant que celle-ci reste raisonnablement faible.



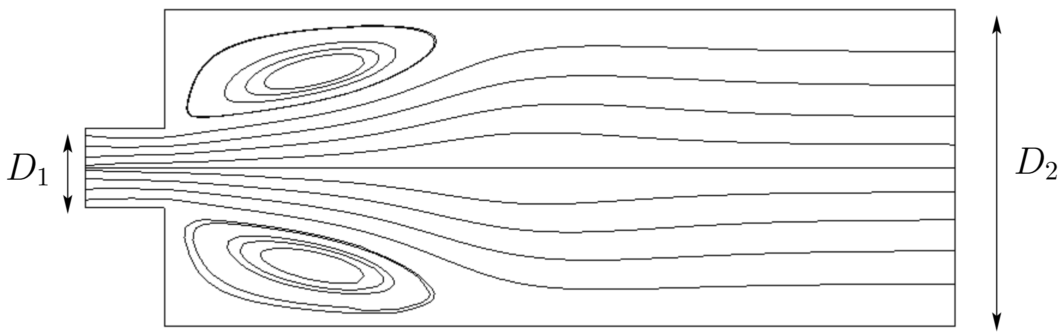
1. Enumérez les variables du problème (il y en a 7, ne pas oublier la pesanteur).
2. Ecrivez les dimensions de toutes ces variables. En déduire le nombre de groupe adimensionnels que l'on peut former.
3. En utilisant le théorème de Π-Buckingham, exprimez le débit Q en fonction de la hauteur h sous la forme d'une relation entre nombres adimensionnels. On prendra soin de détailler la méthode et de justifier le choix des variables de base.

Exercice 2.9 : Elargissement brusque sur une tuyauterie (Ratt. IFI 2012)

Dans un réseau de fluide, il est parfois nécessaire de raccorder un tuyau de petite section directement sur un tuyau de grande section. La configuration de l'écoulement est alors représentée sur la figure ci-dessous : un tourbillon de recirculation se forme dans l'angle, et cet écoulement prisonnier dissipe de l'énergie. Cette perte d'énergie doit être compensée par un surcroît de puissance $\Delta\mathcal{P}$ de la pompe, que l'on cherche à estimer.

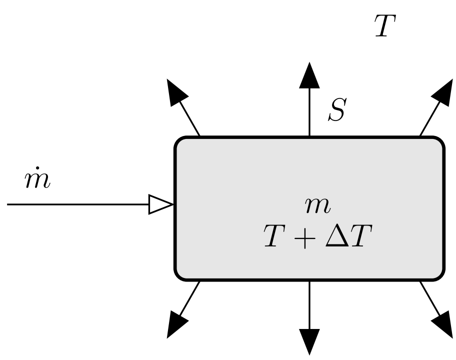
On note ρ la masse volumique du fluide, μ sa viscosité, Q le débit volumique, D_1 et D_2 les diamètres respectifs des tubes d'entrée et de sortie.

Utilisez le théorème de Π-Buckingham pour estimer le surcroît de puissance $\Delta\mathcal{P}$ en fonction des paramètres du système, sous forme de relation entre nombres adimensionnels.



Exercice 2.10 : Energétique animale (DS IFI 2014)

On considère un système réactif recevant de la matière combustible en entrée avec un débit $\dot{m}$. Le système s'échauffe en brûlant cette matière, mais il perd de l'énergie vers l'extérieur à travers sa surface S. On suppose que le système est à température spatialement uniforme, et on note ΔT la différence entre sa température et celle de l'extérieur. Cette différence peut évoluer au cours du temps t.



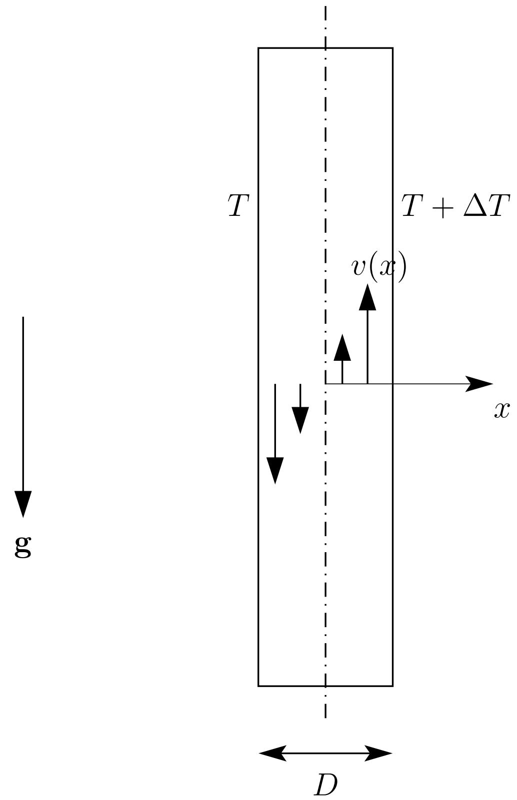
On notera m la masse du système, c_p sa capacité calorifique massique, h le coefficient d'échange thermique avec l'extérieur, et e l'énergie libérable par unité de masse de combustible.

1. Résumer les variables pertinentes (il y en a 8), écrire leurs dimensions, et calculer le nombre de groupes adimensionnels que l'on peut former.
2. Appliquer le théorème de Π-Buckingham en prenant soin de ne PAS prendre $\dot{m}$ et t dans les variables de base. Ecrire une relation entre le groupe adimensionnel faisant intervenir $\dot{m}$ et les autres.
3. On suppose que le système est en régime permanent c'est-à-dire que l'écart de température ΔT est indépendant du temps. Que devient votre résultat précédent ? (réponse brève et efficace souhaitée…)
4. Le système précédent est un mammifère de taille caractéristique D. On suppose que :
   - tous les mammifères maintiennent approximativement le même écart de température ΔT avec l'extérieur,
   - tous les mammifères ont les mêmes c_p, h, ΔT,
   - ils consomment tous le même type de nutriments (typiquement des glucides), et ont donc aussi tous le même e,
   - on remarque que $m = A\rho D^3$ et que $S = BD^2$, la masse volumique ρ étant à peu près la même pour tous les mammifères, et A et B sont des constantes sans dimension, indépendantes de l'animal considéré.

   Vérifiez alors que tous les groupes adimensionnels restants à la question précédente sont constants par rapport à D, sauf celui faisant intervenir $\dot{m}$.
5. Déduire alors de Π-Buckingham que le groupe adimensionnel faisant intervenir $\dot{m}$ est aussi une constante. En déduire une loi d'échelle entre le pourcentage de sa masse qu'un mammifère consomme quotidiennement, et sa taille (c'est-à-dire une relation entre $\dot{m}/m$ et D). Qui mange le plus en proportion ? l'éléphant ou la souris ?

Exercice 2.11 : Double vitrage (DS IFI 2013 / IFI 2014)

L'existence d'un gradient de température dans un fluide peut le mettre en mouvement. C'est le cas à l'intérieur d'un double vitrage, où une couche d'air d'épaisseur D est confinée entre deux plaques de verres. L'ensemble sépare une atmosphère froide (l'extérieur d'une maison en hiver) d'une atmosphère chaude (l'intérieur de la maison). On constate alors que la couche d'air se met en mouvement, il monte du côté chaud et redescend du coté froid.



Le moteur du mouvement est la dilatation que subit un fluide chauffé : sa masse volumique diminuant avec la température, il devient plus léger que l'air froid et monte. Cette dilatation est quantifiée par le coefficient de dilatation isobare :

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \tag{2}$$

Le mouvement est d'autant plus intense que la différence de température ΔT entre le côté chaud et le côté froid est grande. Par ailleurs l'épaisseur D de la couche d'air intervient également.

Les autres caractéristiques du fluide influant sur son mouvement sont sa viscosité η et sa masse volumique ρ. Ensuite, puisque le mouvement résulte d'une différence de poids, la pesanteur g intervient. Le mouvement du fluide est essentiellement vertical et sa composante v suivant la verticale ne dépend quasiment que de la distance x au plan médian de la couche d'air. On cherche à exprimer $v(x)$ de façon adimensionnelle.

1. Résumer les variables pertinentes (il y en a 8), écrire leurs dimensions, et calculer le nombre de groupes adimensionnels que l'on peut former.
2. Appliquer le théorème de Π-Buckingham pour relier un groupe adimensionnel faisant intervenir v, à un groupe adimensionnel faisant intervenir x, et d'éventuels groupes supplémentaires. **Important :** on veillera à ce que x, v et η n'interviennent chacun que dans un seul groupe adimensionnel.
3. Un expérimentateur constate que la vitesse maximale est toujours proportionnelle à ΔT et inversement proportionnelle à la viscosité dynamique η. Utilisez

cette information et la question précédente pour exprimer v sous la forme $v_0 F(x/D)$, où l'on exprimera v_0 en fonction des paramètres du problème et où F est une fonction indéterminée.